

освоєній технологічній базі традиційних лінійних індукційних прискорювачів (ЛІП).

## SUMMARY

*The multi-channel linear induction accelerators (MLIA's) has been discussed in the paper. As it is shown, they make big and multifarious subclass of the 'Multi-channel induction accelerators (MIA)'. It is cleared up that the MLIA's, as a rule, are powerful (and 'hyper-powerful' - till to  $10^{13}$  W and more) high current systems (from ones to thousands kA), which are characterized by relatively low beam energy (from 0,5 MeV to 10 MeV). The optimal niche of their practical using has been determined. It is found that experimental realization, for examples, the 'hyper-powerful' MLIA, can be accomplished on the bases of known and good developed today technological bases of traditional linear induction accelerators (LIA).*

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Куліш В.В., Губанов І.В., Ландграф А.К. Багатоканальні індукційні прискорювачі - новий клас технологічних систем комерційного призначення. Загальна характеристика // Вісник СумДУ. - 2005. - №4 (76). - С. 44-58.
2. Куліш В.В., Губанов І.В., Ландграф А.К. Багатоканальні індукційні прискорювачі - новий клас технологічних систем комерційного призначення. Класифікація та базові ідеї // Вісник СумДУ. Серія Фізика, математика, механіка. - 2005. - №4 (76). - С.131-146.
3. Patent US 6,653,640 B2. Multi-channel linear induction accelerator/ V.V. Kulish, A.C. Melnyk; Pending Patent Serial No US 2002/0109472 A1; Filed Aug. 15, 2002; Date of Patent Nov. 25, 2003.
4. Патент UA 2001020957. Багатоканальний лінійний індукційний прискорювач заряджених частинок / В.В. Куліш, А.К. Мельник; Виданий 15.04.2004; Пріоритет 13.02.2001.
5. US Pending Patent Serial No. 10/797,380. Multi-channel induction accelerator / V.V. Kulish, A.C. Melnyk; Filed March 10, 2004 .
6. US Pending Patent Serial No. 10/949,633. Multi-channel accelerator with External Channels / V.V. Kulish, A.C. Melnyk; Filed September 24, 2004.
7. Вахрушин Ю.П., Анацкий А.И. Линейные индукционные ускорители.- М.: Атомиздат, 1978.- 248 с.
8. Патент UA 2001020953. Електронний стерилізатор / В.В.Куліш, А.К. Мельник; Виданий 15.04.2004; Пріоритет 13.02.2001.
9. US Pending Patent Serial 10/022,228. Electronic Sterilizer / V.V. Kulish, A.C. Melnyk; Filed Dec. 20, 2001.

*Надійшла до редакції 28 грудня 2005 р.*

УДК 539.2

## СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ

**А.В. Хоменко, канд. физ.-мат. наук, доцент;**

**Н. В. Проданов, студент**

*Сумский государственный университет*

*Исследуется кинетика плавления аморфной ультратонкой пленки смазки, заключенной между атомарно плоскими кристаллическими поверхностями. Процесс представлен как фазовый переход второго рода. Для его описания использована реологическая модель Лоренца вязкоупругой среды, в которой роль параметра порядка играют сдвиговые напряжения, сопряженное поле сводится к сдвиговой деформации, а температура является управляющим параметром. Для возможных предельных случаев соотношений между временами релаксации, отвечающими указанным величинам, проведено*

*аналитическое и численное исследование фазовых портретов в различных кинетических режимах. Показано, что прерывистый режим трения (stick-slip) реализуется, если время релаксации температуры смазки намного превышает его значение для сдвиговых напряжений и деформации. В противоположном случае осуществляется быстрая релаксация системы к универсальному участку, определяющему ее кинетику.*

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование природы трения скольжения является одной из основных проблем физики последних лет. Она имеет как существенное прикладное, так и фундаментальное значение. Первое обусловлено интенсивной миниатюризацией электронных накопителей информации, электромеханических и аэрокосмических систем, при проектировании которых требование минимального трения между их подвижными частями является одним из основных [1,2]. Фундаментальность проблемы связана с отсутствием глубокого понимания механизмов трения, что замедляет прогресс в изучении не только трибологических, но и других сложных явлений, например, землетрясений [2,3].

На практике трущиеся поверхности почти всегда смазаны специально нанесенными жидкостями или конденсированными парами [3]. В связи с этим в последние годы интенсивно ведутся исследования скольжения двух атомарно плоских твердых кристаллических поверхностей, разделенных пленкой смазки. Согласно результатам экспериментов свойства последней в значительной степени определяются ее толщиной [2,4]. Так, при наличии между трущимися поверхностями более чем десяти слоев молекул жидкость проявляет обычное ньютоновское поведение. Если же пленка является молекулярно тонкой, т. е. ее толщина составляет около трех молекулярных размеров, то наблюдается режим граничного трения. При этом у нее проявляются свойства, характерные для твердых тел, например, критическое сдвиговое напряжение (предел текучести) и динамическое «плавление сдвигом». Последнее может приводить к прерывистому движению (stick-slip) [2,4,5], присущему сухому трению и, как предполагается, являющемуся основной причиной разрушения и изнашивания трущихся деталей. При превышении критических значений температуры и скорости сдвига прерывистое трение резко исчезает. Кроме того, эксперименты, проводившиеся при относительно невысоких нагрузках (10 – 1000 Па), приложенных к поверхностям, показали, что наличие прерывистого движения зависит от свойств молекул смазки, в частности от их формы [2]. При трибологических же давлениях (больших 10 – 100 МПа) у всех жидкостей, независимо от формы их молекул, наблюдается прерывистое трение [5].

Для объяснения результатов экспериментов в основном используется феноменологическая концепция фазового перехода пленки смазки из жидкоподобного в твердоподобное состояние и наоборот. Следует отметить, что этот фазовый переход, в отличие от обычного перехода жидкость – твердое тело, может быть как первого, так и второго рода. Последний вариант связан с тем, что он происходит в условиях, когда симметрия обоих состояний пленки существенно изменена, во-первых, наличием ограничивающих твердых тел и, во-вторых, наличием упругой деформации [4,6].

Для описания прерывистого движения предложено несколько теоретических работ. В одной из первых представлено феноменологическое материальное уравнение, связывающее силы трения со скоростью, координатами и переменной, играющей роль параметра порядка и отражающей степень плавления пленки [7]. Также существует

подход [6], в котором фазовый переход пленки смазки рассматривается с точки зрения теории Ландау в предположении, что имеется состояние частичного термодинамического равновесия при медленно меняющемся параметре порядка, квадрат которого равен модулю сдвига.

В работе [8] переход ультратонкой пленки смазки из твердopodobного в жидкоподобное состояние рассматривается как результат термодинамического и сдвигового плавления. Проведено совокупное аналитическое описание этих процессов в результате самоорганизации полей сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки. В результате на основе реологического описания среды, обладающей теплопроводностью, получена система кинетических уравнений, которые определяют взаимно согласованное поведение сдвиговых напряжений  $\sigma$  и деформации  $\varepsilon$ , а также температуры  $T$  смазки. Запишем эти уравнения, используя единицы измерения:

$$\sigma_s = \left( \frac{\rho c_v \eta_0 T_{c0}}{\tau_T} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{G_0} \equiv \left( \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_T} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho c_v T_{c0} \tau_\varepsilon}{\eta_0} \right)^{1/2}, \quad T_{c0}, \quad (1)$$

для переменных  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $T$  соответственно, где  $\rho$  - плотность масла;  $c_v$  - удельная теплоемкость;  $T_{c0}$  - критическая температура,  $\eta_0 \equiv \eta(T = 2T_{c0})$  - характерное значение сдвиговой вязкости  $\eta = \eta_0(T/T_{c0} - 1)^{-1}$ ;  $\tau_T \equiv \rho l^2 c_v / \kappa$  - время теплопроводности;  $l$  - длина теплопроводности;  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности;  $\tau_\varepsilon$  - время релаксации деформации;  $G_0 \equiv \eta_0 / \tau_\varepsilon$ :

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (2)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (3)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2. \quad (4)$$

Здесь введены время релаксации напряжений  $\tau_\sigma$ , температура  $T_e$  атомарно плоских слюдяных поверхностей трения и постоянная  $g = G/G_0 < 1$ , где  $G$  - модуль сдвига смазки. Эти уравнения формально совпадают с синергетической системой Лоренца, в которой роль параметра порядка играют сдвиговые напряжения, сопряженное поле сводится к сдвиговой деформации, а температура является управляющим параметром. Известно, что эта система используется для описания как фазовых термодинамических, так и кинетических превращений [9].

В работе [8] проведен качественный анализ указанной системы уравнений в адиабатическом приближении, когда характерные времена релаксации удовлетворяют условиям  $\tau_\varepsilon, \tau_T \ll \tau_\sigma$ . В результате получено уравнение типа Ландау-Халатникова:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\partial V / \partial \sigma, \quad (5)$$

где синергетический потенциал имеет вид

$$V = \frac{1}{2}(1 - g)\sigma^2 + g \left( 1 - \frac{T_e}{2} \right) \ln(1 + \sigma^2). \quad (6)$$

В стационарном состоянии выполняется условие  $\dot{\sigma} = 0$ , и потенциал (6) имеет минимум. Если температура  $T_e$  меньше, чем критическое значение

$$T_c = 1 + g^{-1}, \quad (7)$$

то этот минимум соответствует значениям напряжений  $\sigma = 0$ , так что плавление не происходит и реализуется твердоподобное состояние. В противоположном случае  $T_e > T_c$  стационарные сдвиговые напряжения отличны от нуля

$$\sigma_0 = \left( \frac{gT_e - (g+1)}{1-g} \right)^{1/2} \quad (8)$$

и возрастают с  $T_e$ . Это обуславливает плавление пленки и ее переход в жидкоподобное состояние [10,11].

Целью данной работы является исследование кинетики плавления ультратонкой пленки смазки по механизму фазового перехода второго рода на основе системы уравнений (2) – (4). Проанализированы способы эволюции системы в стационарные состояния в зависимости от ее характеристик, в частности соотношений времен релаксации сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры. Поскольку аналитически получить точное решение указанной системы уравнений не представляется возможным, с этой целью используется метод фазовой плоскости [12]. Он позволяет определить фазовые портреты системы. Точный их вид находится путем численного интегрирования уравнений методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

#### 1 СЛУЧАЙ $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma, \tau_T$

В (3) можно положить  $\dot{\varepsilon} = 0$ , что дает связь

$$\varepsilon = (T - 1)\sigma. \quad (9)$$

Учитывая ее в оставшихся уравнениях (2), (4) и используя масштаб  $\tau_\sigma$  для измерения времени, приходим к системе:

$$\dot{\sigma} = -\sigma[1 - g(T - 1)], \quad (10)$$

$$\dot{T} = \tau^{-1}[T_e - T - \sigma^2(T - 2)], \quad (11)$$

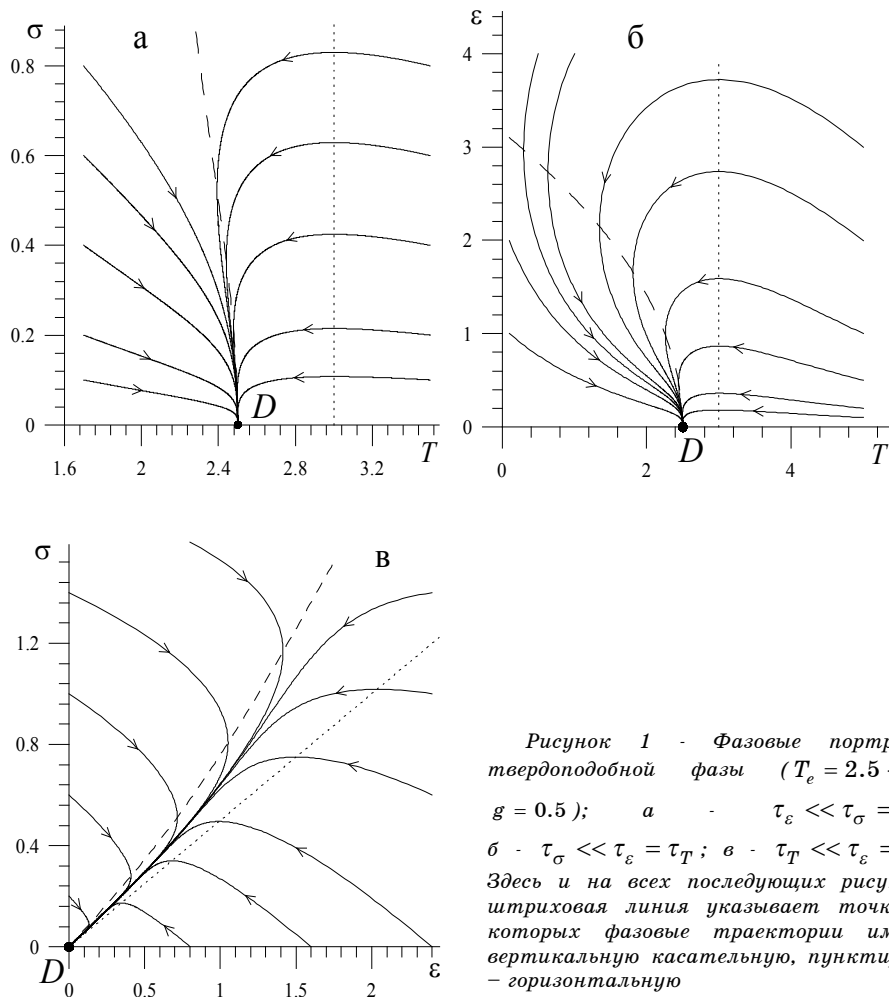
где  $\tau \equiv \tau_T / \tau_\sigma$ . Фазовый портрет характеризуется наличием двух особых точек  $D(T_e, 0)$  и  $O\left(1 + g^{-1}, \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)](g^{-1} - 1)}\right)$ .

Анализ показателей Ляпунова

$$\lambda_D = \frac{1}{2} [g(T_e - 1) - 1 - \tau^{-1}] \left( 1 \pm \sqrt{1 + 4\tau^{-1} [g(T_e - 1) - 1] [g(T_e - 1) - 1 - \tau^{-1}]^2} \right) \quad (12)$$

показывает, что в предкритической области  $T_e \leq T_c$  точка  $D$  представляет устойчивый узел. Принимая во внимание, что при таких значениях  $T_e$

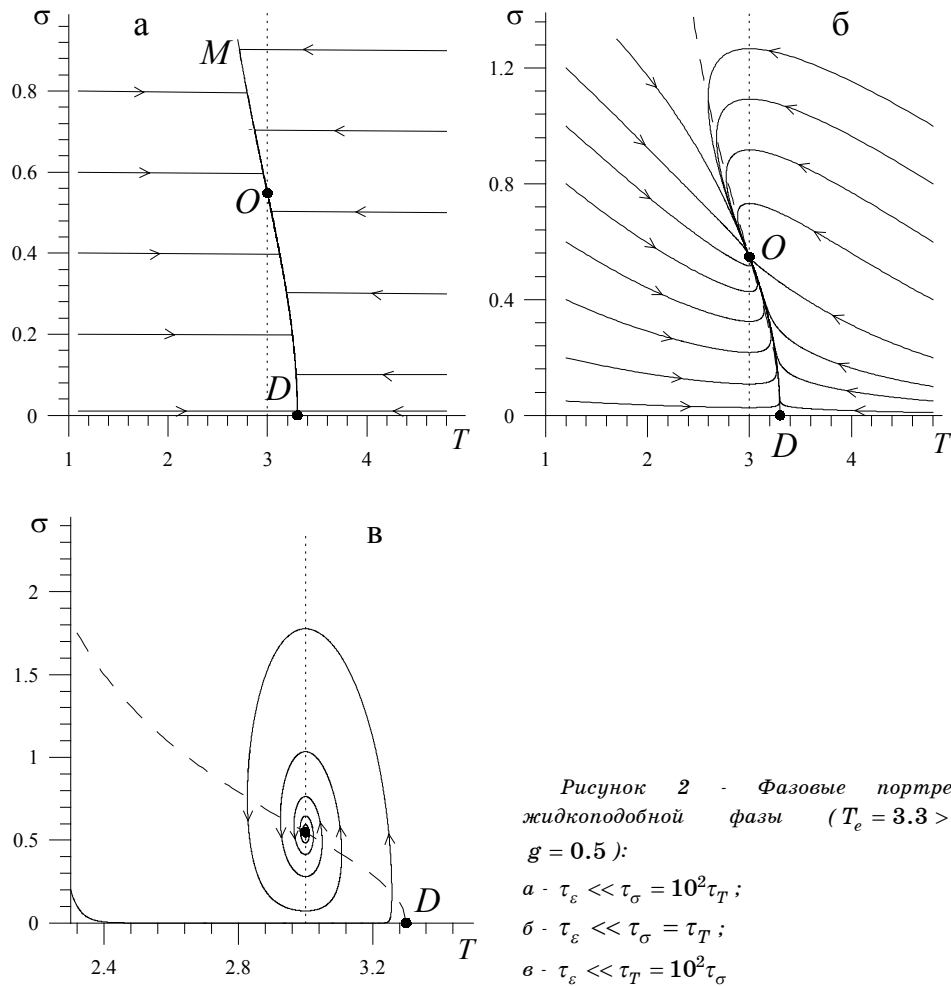
особая точка  $O$  не реализуется, приходим к выводу: с течением времени система эволюционирует в отвечающее точке  $D$  стационарное твердоподобное состояние согласно фазовому портрету, приведенному на рис.1а.



Рост параметра  $\tau = \tau_T / \tau_\sigma$  приводит к закручиванию траекторий вокруг точки  $D$ , т. е. с увеличением инерционности изменения температуры по сравнению с напряжениями проявляется тенденция к возникновению колебательного режима. В закритической области  $T_e > T_c$  точка  $D$  является седлом (рис.2).

Показатели Ляпунова особой точки  $O$  определяются выражением

$$\lambda_O = \frac{T_e - 2g^{-1}}{2\tau(g^{-1} - 1)} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 8\tau \frac{g(T_e - 1 - g^{-1})(g^{-1} - 1)^2}{(T_e - 2g^{-1})^2}} \right\}. \quad (13)$$



Отсюда видно, что при значениях параметра  $\tau$ , ограниченных сверху величиной

$$\tau_c = \frac{(T_e - 2g^{-1})^2}{8g(T_e - 1 - g^{-1})(g^{-1} - 1)^2}, \quad (14)$$

точка  $O$  представляет устойчивый узел, а с его ростом до значений  $\tau > \tau_c$  – фокус.

Таким образом, в закритической области  $T_e > T_c$  при  $\tau_\sigma \ll \tau_T$  возникает колебательный режим (см. рис. 2в), характеризуемый частотой

$$\omega = \frac{T_e - 2g^{-1}}{2\tau_T(g^{-1} - 1)} \left[ 8\tau \frac{g(T_e - 1 - g^{-1})(g^{-1} - 1)^2}{(T_e - 2g^{-1})^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (15)$$

и коэффициентом затухания

$$\alpha = \frac{T_e - 2g^{-1}}{2\tau_T(g^{-1} - 1)}. \quad (16)$$

С ростом температуры в интервале  $T_e > T_c$  величины  $\omega, \alpha$  возрастают, а критическое отношение времен релаксации (14) спадает. Иными словами, возбуждение системы способствует появлению затухающих колебаний, представляющих прерывистый режим трения. Однако, как видно из рис. 2а-в, в наибольшей степени проявлению прерывистого движения способствует рост параметра  $\tau = \tau_T / \tau_\sigma \gg 1$ .

Обратный предел  $\tau_T \ll \tau_\sigma$  отвечает адиабатическому приближению, представляющему стандартную картину фазового перехода – плавления смазки. Согласно рис.2 уменьшение параметра  $\tau \rightarrow 0$  приводит к выделению на фазовом портрете системы участка  $MOD$ , к которому быстро сбегаются со временем все траектории [9]. Исследование временных зависимостей пути, пройденного конфигуративной точкой, показывает, что она быстро достигает  $MOD$  и затем медленно движется по этому участку. Таким образом, движение здесь преимущественно определяет кинетику системы.

## 2 СЛУЧАЙ $\tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon, \tau_T$

Полагая в (2)  $\dot{\sigma} = 0$ , находим связь

$$\sigma = g\varepsilon, \quad (17)$$

подстановка которой в (3), (4) дает систему

$$\dot{\varepsilon} = -\varepsilon [1 - g(T - 1)], \quad (18)$$

$$\dot{T} = \tau^{-1} [T_e - T - \varepsilon^2 (g - g^2)], \quad (19)$$

где время измерено в единицах  $\tau_\varepsilon$  и  $\tau \equiv \tau_T / \tau_\varepsilon$ . Подобно первому случаю фазовый портрет определяется наличием особых точек  $D(T_e, 0)$ ,  $O(1 + g^{-1}, \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)]g^{-1}(1 - g)^{-1}})$ . Показатели Ляпунова имеют вид

$$\lambda_D = \frac{1}{2} [g(T_e - 1) - \tau^{-1} - 1] \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + 4\tau^{-1} \frac{g(T_e - 1 - g^{-1})}{[\tau^{-1} - g(T_e - 1 - g^{-1})]^2}} \right\}, \quad (20)$$

$$\lambda_O = -\frac{1}{2\tau} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - 8\tau(T_e - 1 - g^{-1})} \right]. \quad (21)$$

Как и выше, точка  $D$  при  $T_e \leq T_c$  представляет устойчивый узел, а при  $T_e > T_c$  – седло. Точка  $O$  реализуется только в жидкоподобной области  $T_e > T_c$ , где она является устойчивым узлом при малых значениях параметра  $\tau$  и устойчивым фокусом, если величина  $\tau$  превышает критическое значение

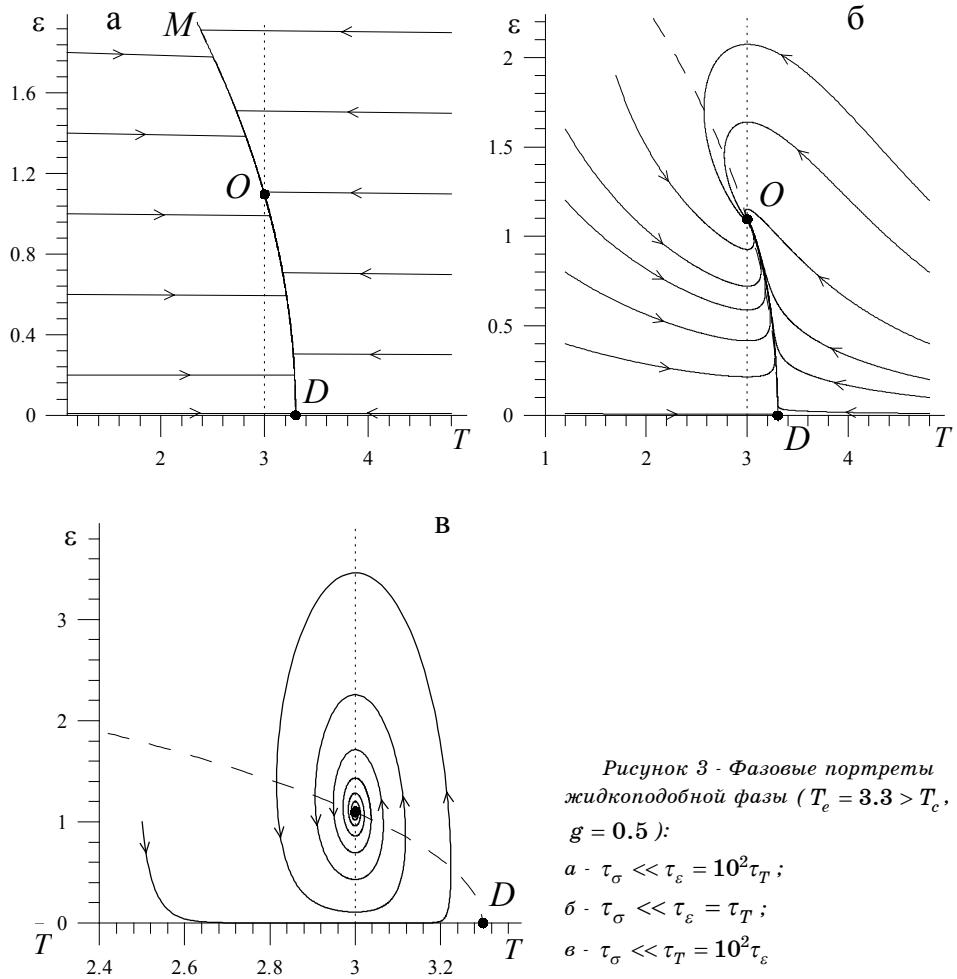
$$\tau_c = \frac{1}{8(T_e - 1 - g^{-1})}. \quad (22)$$

Соответствующие значения для частоты колебаний и декремента затухания имеют вид:

$$\omega = \frac{1}{2}[8\tau(T_e - 1 - g^{-1}) - 1]^{1/2}\tau_T^{-1}, \quad (23)$$

$$\alpha = (2\tau_T)^{-1}. \quad (24)$$

Проведенный анализ и вид фазовых портретов на рис.3 показывают, что, как и в предыдущем случае, при больших значениях параметра  $\tau$  система характеризуется затухающими колебаниями, т.е. прерывистым движением (рис.3в), а с уменьшением величины  $\tau$  до значений  $\tau \ll 1$  достигается диссипативный режим релаксации (рис.3а). Подобным же образом в адиабатическом пределе  $\tau \rightarrow 0$  проявляется универсальность кинетического поведения, состоящая в выделении участка MOD на рис.3а, на котором система медленно эволюционирует к стационарной точке  $O$  [9].





### 3 СЛУЧАЙ $\tau_T \ll \tau_\sigma, \tau_\varepsilon$

Полагая в (4)  $\dot{T} = 0$ , находим

$$T = T_e - \sigma\varepsilon + \sigma^2, \quad (25)$$

и уравнения (2), (3) принимают вид:

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (26)$$

$$\dot{\varepsilon} = \tau^{-1}[-\varepsilon + (T_e - 1)\sigma - \sigma^2\varepsilon + \sigma^3], \quad (27)$$

где время измерено в единицах  $\tau_\sigma$  и  $\tau \equiv \tau_\varepsilon / \tau_\sigma$ . Фазовый портрет имеет особые точки

$$D(0,0), O\left(\sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)]g^{-1}(1-g)^{-1}}, \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)](g^{-1} - 1)^{-1}}\right)$$

(см. рис.4), вторая из которых реализуется только в жидкоподобной области  $T_e > T_c$ . Соответствующие показатели Ляпунова имеют вид:

$$\lambda_D = -\frac{1}{2}(1 + \tau^{-1})\left[1 \pm \sqrt{1 + 4\tau^{-1}g(1 + \tau^{-1})^{-2}(T_e - 1 - g^{-1})}\right], \quad (28)$$

$$\lambda_O = -\frac{1}{2}(1 + \tau^{-1})\frac{T_e - 2}{g^{-1} - 1}\left[1 \pm \sqrt{1 - 8\tau\frac{(g^{-1} - 1)[T_e - (1 + g^{-1}) - g(T_e - 2)]}{[\tau(g^{-1} - 1) + T_e - 2]^2}}\right]. \quad (29)$$

При  $T_e \leq T_c$  точка  $D$  представляет устойчивый узел, а с переходом в закритическую область  $T_e > T_c$  трансформируется в седло. Точка  $O$ , характеризующая жидкоподобную фазу, при значениях параметра  $\tau$ , принадлежащих интервалу  $(\tau_-, \tau_+)$ , где

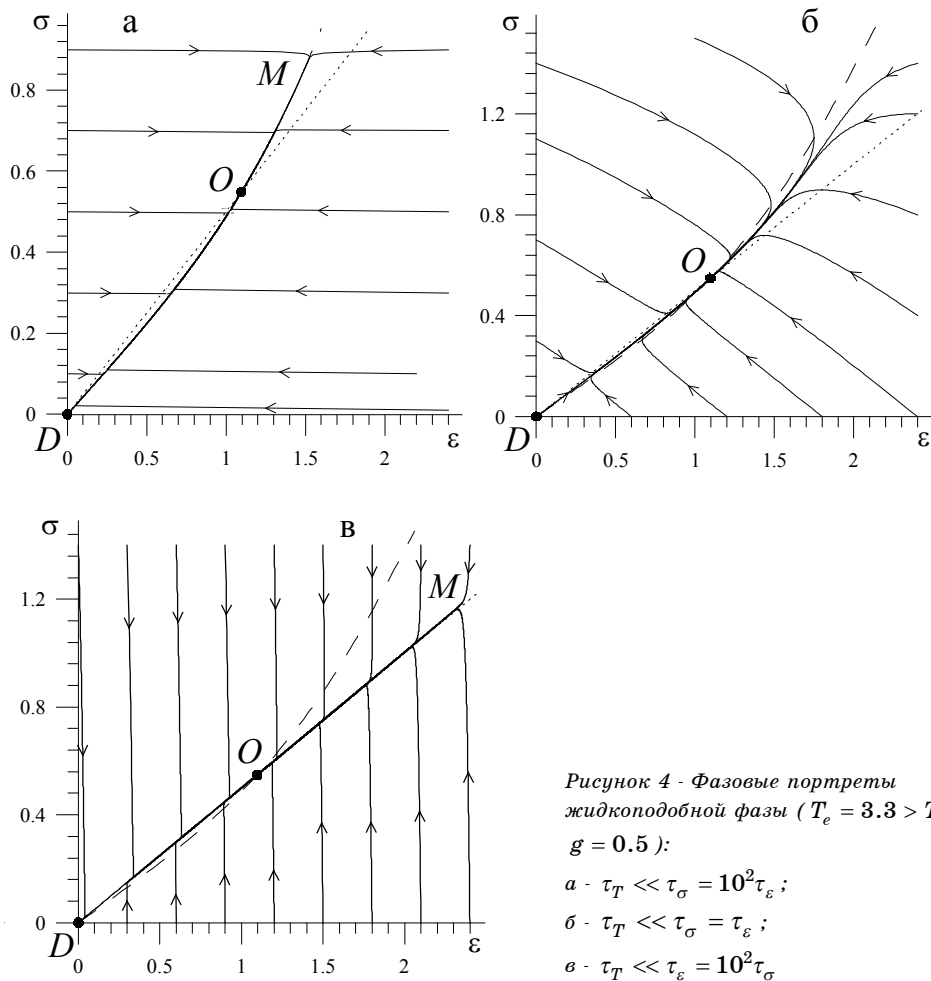
$$\tau_{\pm} = \frac{1}{g^{-1} - 1}\left[3T_e - 2 - 4g^{-1} - 4g(T_e - 2)\right] \pm \frac{1}{g^{-1} - 1}\sqrt{8[1 - T_e + g^{-1} + g(T_e - 2)][2g^{-1} + 2g(T_e - 2) - T_e]},$$

представляет устойчивый фокус, а вне его – устойчивый узел. Характерные величины частоты и коэффициента затухания:

$$\omega = \frac{1}{2\tau_\varepsilon(g^{-1} - 1)} \times \left[8\tau(g^{-1} - 1)[T_e - (1 + g^{-1}) - g(T_e - 2)] - [\tau(g^{-1} - 1) + T_e - 2]^2\right]^{1/2}, \quad (30)$$

$$\alpha = \frac{\tau(g^{-1} - 1) + T_e - 2}{2\tau_\varepsilon(g^{-1} - 1)} \quad (31)$$

являются соизмеримыми при всех значениях  $T_e, \tau$ . Поэтому в отличие от рассмотренных выше случаев здесь прерывистый режим трения практически не проявляется.



Согласно фазовым портретам, показанным на рис.4, универсальность кинетического поведения системы проявляется как при  $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma$ , так и при  $\tau_\varepsilon \gg \tau_\sigma$ . В первом случае выход на универсальный участок происходит за счет быстрого изменения деформации  $\varepsilon(t)$  при практически неизменных напряжениях  $\sigma(t)$  (рис. 4а), а во втором наблюдается обратная картина: величина  $\sigma(t)$  изменяется очень быстро, а  $\varepsilon(t)$  почти не меняется (рис.4в). В промежуточной области  $\tau_\varepsilon \sim \tau_\sigma$  универсальность проявляется только при малых начальных значениях деформации  $\varepsilon(0)$  и напряжений  $\sigma(0)$ :  $\varepsilon(0) \ll \varepsilon_0, \sigma(0) \ll \sigma_0$  (рис.4б). Отметим, что в отличие от ранее рассмотренных случаев универсальный участок фазовых траекторий имеет не спадающий, а нарастающий характер, соответствующий кривой деформации [6,8].

## ВЫВОДЫ

Проведено исследование системы кинетических уравнений, описывающих плавление аморфной ультратонкой пленки смазки, заключенной между двумя кристаллическими поверхностями. Этот процесс представлен как фазовый переход второго рода. Показано, что в соответствии с экспериментом жидкоподобное состояние, соответствующее стационарному (но не равновесному) упорядоченному состоянию, реализуется при температурах поверхностей трения, превышающих критическое значение  $T_c$  (7). Прерывистое движение реализуется, если время релаксации температуры смазки превышает его значение для сдвиговых напряжений и деформации. В противоположном случае система быстро релаксирует к универсальному участку.

## SUMMARY

*The melting kinetics of amorphous ultrathin lubricant film, confined between atomically flat crystalline surfaces is studied. The process is presented as the second-order phase transition using the rheological Lorentz model for viscoelastic matter, where shear stress plays role of the order parameter, the conjugate field reduces to the shear strain, and the temperature is the control parameter. An analytical and numerical analysis of the phase portraits is carried out in different kinetic regimes for possible limiting cases of ratios between relaxation times for mentioned variables. It is shown that the interrupted mode of friction (stick-slip) is realized, if the relaxation time of lubricant temperature is much longer than its value for shear stress and strain. In the opposite case the system rapidly converges to a universal section determining its kinetics.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aranson I.S., Tsimring L.S., Vinokur V.M. Stick-slip friction and nucleation dynamics of ultrathin liquid films // Phys. Rev. B. - 2002. - V. 65. - P. 125402.
2. Yoshizawa H., Israelachvili J. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules // J. Phys. Chem. - 1993. - V. 97. - P. 11300-11313.
3. Reiter G., Demirel L., Granick S. From static to kinetic friction in confined liquid films // Science. - 1994. - V. 263. - P. 1741-1744.
4. Gee M., McGuiggan P., Israelachvili J. Liquid to solidlike transitions of molecularly thin films under shear // J. Chem. Phys. - 1990. - V. 93. - P. 1895 - 1906.
5. Luengo G., Israelachvili J., Granick S. Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication // Wear. - 1996. - V. 200. - P. 328 - 335.
6. Попов В. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами // ЖТФ. - 2001. - Т. 71, №5. - С. 100 - 110.
7. Carlson J., Batista A. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces // Phys. Rev. E. - 1996. - V. 53. - P. 4153 - 4164.
8. Khomenko A.V., Yushchenko O.V. Solid - liquid transition of ultrathin lubricant film // Phys. Rev. E. - 2003. - V. 68. - P. 036110.
9. Олемской А.И., Хоменко А.В. Трехпараметрическая кинетика фазового перехода // ЖЭТФ. - 1996. - Т. 110, вып. 6(12). - С. 2144-2167.
10. Khomenko A.V. Noise influence on solid - liquid transition of ultrathin lubricant film // Physics letters A. - 2004. - V. 329. - P. 140 - 147.
11. Хоменко А.В., Ляшенко Я.А. Стохастическая теория прерывистого режима плавления ультратонкой пленки смазки // ЖТФ. - 2005. - Т. 75, №11. - С. 17 - 25.
12. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. - М.: Наука, 1981. - 568 с.

*Поступила в редакцию 5 мая 2006 г.*